

Control prin învățare

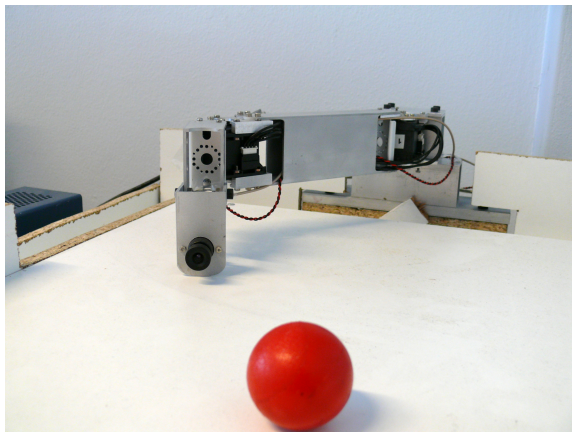
Master ICAF, An 1 Sem 2

Lucian Bușoniu



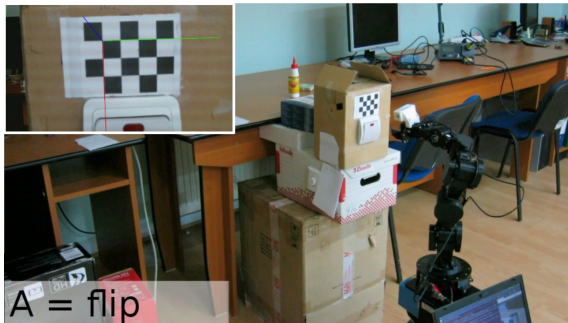
RL pentru un robot-portar (TUDelft)

Învață să prindă mingea folosind camera video
Control la nivel fizic



Planificarea pentru un robot domestic (UTCluj)

Robotul domestic se asigură că întrerupătoarele sunt oprite
Control la nivel înalt (acțiuni realizate de alte controlere la nivelul fizic)

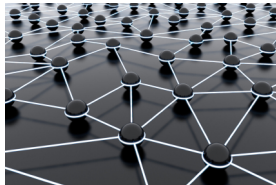
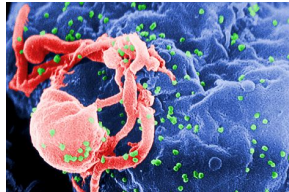


Atari



Alte aplicații

Inteligența artificială, medicină, sisteme multiagent, economie etc.



- **Curs 1: Problema de învățare prin recompensă**
- Soluția optimală
- Programarea dinamică exactă
- Învățarea prin recompensă exactă
- Tehnici de aproximare
- Programarea dinamică cu aproximare
- Învățarea prin recompensă cu aproximare



Partea I

Problema de învățare prin recompensă



Conținut curs 1

- 1 Introducere
- 2 Cazul determinist
- 3 Cazul stohastic
- 4 Organizarea CI



De ce învățare?

Învățarea identifică soluții care:

- 1 nu pot fi proiectate în avans
 - problema prea complexă
(ex. controlul sistemelor puternic neliniare)
 - problema incomplet cunoscută
(ex. explorarea robotizată a spațiului cosmic)
- 2 se îmbunătățesc permanent
- 3 se adaptează unui mediu variabil în timp

Esențială pentru orice sistem **inteligent**



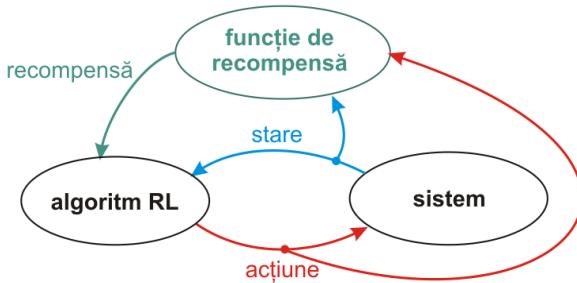
Metode bazate pe model

Cursul va pune accent și pe **metodele bazate pe model**:

- Stau la baza învățării prin recompensă (ex. programarea dinamică)
- Sunt inspirate din învățarea prin recompensă (ex. planificarea)
- Sunt utile separat de învățare, când avem modelul, fiindcă tratează probleme complexe (ex. neliniare)

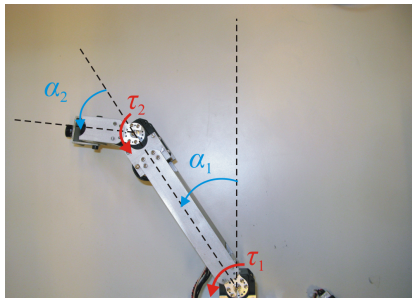


Principiul RL



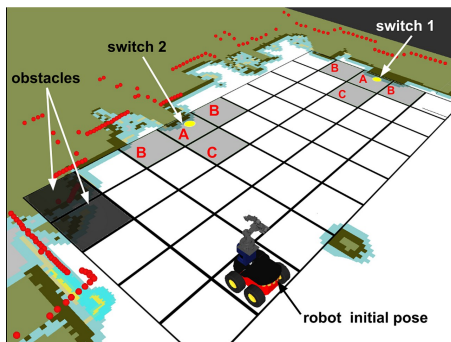
- Interacțiune cu un sistem prin **stări** și **acțiuni**
- Feedback despre performanță în forma **recompensei**
- Inspirată din învățarea umană și animală

Exemplu: braț robotic



- **Stări:** unghiuri, viteze unghiulare
- **Acțiuni:** voltaj (sau cuplu) motoare
- **Recompense:** ex., pentru atingerea unei configurații, recompensele cresc cu scăderea distanței până la configurație

Exemplu: robot domestic



- **Stări**: coordonate pe grid, stările întrerupătoarelor
- **Acțiuni**: mișcări NSEV, comutare întrerupător
- **Recompense**: când un întrerupător pornit este oprit (și penalizare când unul oprit este pornit!)

Exemplu de **abstractizare**: problema rezolvată la nivel înalt, acțiunile efectuate de către controlere la nivelul fizic

Exact vs. aproximativ; Determinist vs. stohastic

- **Cursurile 1–4: metode exacte** – stări și acțiuni discrete cu un număr mic de valori
 - pas intermediar, necesar pentru a înțelege problema mai dificilă cu aproximare
 - util și separat, dacă problema poate fi abstractizată într-una discretă la nivel înalt
- Cursurile 5–8: metode cu aproximare – stări și acțiuni discrete cu multe valori, sau continue

Sistemul se poate comporta:

- Determinist – răspunde la aceeași acțiune în același fel
- Stohastic



- 1 Introducere
- 2 **Cazul determinist**
 - Proces de decizie Markov
 - Legea și obiectivul de control
- 3 Cazul stohastic
- 4 Organizarea CI



Un exemplu simplu: robot menajer



- Robot menajer într-o lume 1-D
- Colectează gunoi (recompensă +5) sau baterie (recompensă +1)
- După ce un obiect a fost colectat, episodul se termină

Robot menajer: Stare & acțiune

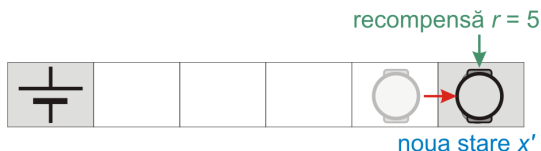


- Robotul se află într-o **stare** x (căsuță)
- și aplică o **acțiune** u (ex. înaintează la dreapta)



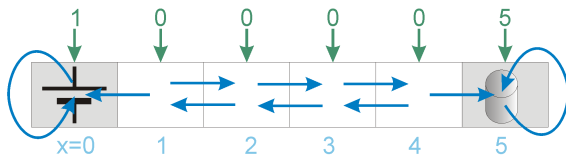
- Spațiul stărilor $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
- Spațiul acțiunilor $U = \{-1, 1\} = \{\text{stânga, dreapta}\}$

Robot menajer: Tranziție și recompensă



- Robotul atinge o nouă stare x'
- și primește o recompensă $r =$ calitatea tranziției (aici, +5 pentru colectarea gunoiului)

Robot menajer: Funcții de tranziție & recompensă



- **Funcția de tranziție** (comportamentul sistemului):

$$x' = f(x, u) = \begin{cases} x & \text{dacă } x \text{ terminal (0 sau 5)} \\ x + u & \text{altfel} \end{cases}$$

- **Funcția de recompensă** (performanța imediată):

$$r = \rho(x, u) = \begin{cases} 1 & \text{dacă } x = 1 \text{ și } u = -1 \text{ (baterie)} \\ 5 & \text{dacă } x = 4 \text{ și } u = 1 \text{ (gunoi)} \\ 0 & \text{altfel} \end{cases}$$

- **De notat:** Stările terminale nu pot fi părăsite și nu sunt recompensate!

○ notă asupra recompensei

- De fapt, recompensa depinde de **tranziție** $r = \tilde{\rho}(x, u, x')$
- Dar x' determinat de (x, u) și poate fi înlocuit în formulă:

$$\tilde{\rho}(x, u, x') = \tilde{\rho}(x, u, f(x, u)) = \rho(x, u)$$

$$r = \rho(x, u) = \begin{cases} 1 & \text{dacă } x = 1 \text{ și } u = -1 \text{ (baterie)} \\ 5 & \text{dacă } x = 4 \text{ și } u = 1 \text{ (gunoi)} \\ 0 & \text{altfel} \end{cases}$$



Proces de decizie Markov, cazul determinist

Proces de decizie Markov

Format din:

- 1 Spațiul stărilor X
- 2 Spațiul acțiunilor U
- 3 Funcția de tranziție $x' = f(x, u)$, $f : X \times U \rightarrow X$
- 4 Funcția de recompensă $r = \rho(x, u)$, $\rho : X \times U \rightarrow \mathbb{R}$

- 1 Introducere
- 2 **Cazul determinist**
 - Proces de decizie Markov
 - **Legea și obiectivul de control**
- 3 Cazul stohastic
- 4 Organizarea CI

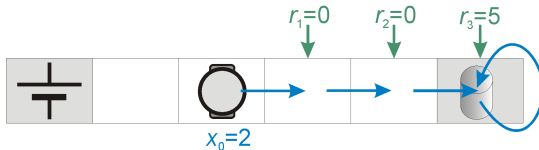
Lege de control

- **Legea de control** h : funcție din x în u (reacție de la stare)



Exemplu: $h(0) = *$ (stare terminală, acțiunea este irelevantă),
 $h(1) = -1$, $h(2) = 1$, $h(3) = 1$, $h(4) = 1$, $h(5) = *$

Robot menajer: Return



Luăm h care merge întotdeauna la dreapta

$$\begin{aligned} R^h(2) &= \gamma^0 r_1 + \gamma^1 r_2 + \gamma^2 r_3 + \gamma^3 0 + \gamma^4 0 + \dots \\ &= \gamma^2 \cdot 5 \end{aligned}$$

Fiindcă x_3 terminală, toate recompensele ulterioare sunt 0

Obiectiv

Găsește h care maximizează **returnul**:

$$R^h(x_0) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{k+1} = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k \rho(x_k, h(x_k))$$

din orice x_0

Factor de discount $\gamma \in [0, 1)$:

- induce un “pseudo-orizont” pentru optimizare
- mărginește suma infinită
- reprezintă incertitudinea crescândă despre viitor
- ajută convergența algoritmilor

De notat: Există și alte tipuri de return!



Alegerea factorului de discount

Pentru a alege γ , **compromis** între:

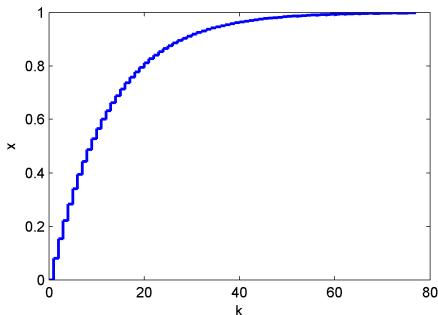
- 1 Calitatea pe termen lung a soluției (γ mare)
- 2 “Simplitatea” problemei (γ mic)

În practică, γ suficient de mare pentru a nu ignora recompense importante de-a lungul traiectoriilor sistemului



Exemplu: Alegerea γ pentru un sistem simplu

Răspunsul unui sistem liniar de ordinul 1:



Valoarea γ pentru ca recompensele **la intrarea în regim staționar** să fie **vizibile din starea inițială**?

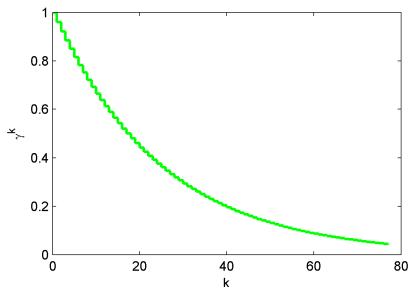
Soluție: Alegerea γ pentru un sistem simplu

Pentru $k \approx 60$, γ^k să nu fie prea mic, de ex.

$$\gamma^{60} \geq 0.05$$

$$\gamma \geq 0.05^{1/60} \approx 0.9513$$

γ^k pentru $\gamma = 0.96$:



- 1 Introducere
- 2 Cazul determinist
- 3 Cazul stohastic**
 - Probabilități
 - Problema de RL în cazul stohastic
- 4 Organizarea CI



Variabile aleatoare discrete

- O variabilă discretă x poate lua n valori, în setul $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.
- Fiecare valoare este asociată cu o probabilitate $p(x_1), p(x_2), \dots, p(x_n)$, unde $p(x_i) \in [0, 1]$, $\sum_i p(x_i) = 1$. Funcția $p : X \rightarrow [0, 1]$ se numește **funcția de masă de probabilitate** (probability mass function, PMF).

Exemplu: Valoarea unui zar este o variabilă aleatoare discretă, cu $n = 6$ valori posibile, $x_1 = 1, \dots, x_6 = 6$. Pentru un zar corect, $p(x_i) = \frac{1}{6}, \forall i = 1, \dots, 6$

De notat: n poate să crească la infinit; descrierea matematică rămâne validă



Valoarea așteptată (expectanța)

- Media valorilor, ponderată de probabilități; valoarea “așteptată” a priori, dată fiind distribuția de probabilitate:

$$E \{x\} = \sum_{x \in X} p(x)x$$

Exemplu: Pentru un zar corect, expectanța este

$$E \{x\} = \frac{1}{6}1 + \frac{1}{6}2 + \dots + \frac{1}{6}6 = 7/2$$

- O **funcție** cu o variabilă aleatoare ca argument, $g : X \rightarrow \mathbb{R}$ este la rândul ei o variabilă aleatoare, cu expectanța:

$$E \{g(x)\} = \sum_{x \in X} p(x)g(x)$$

Exemplu: Dacă fețele 1-4 câștigă 1\$, iar fețele 5-6, 10\$,

$$E \{x\} = \frac{1}{6}1 + \frac{1}{6}1 + \frac{1}{6}1 + \frac{1}{6}1 + \frac{1}{6}10 + \frac{1}{6}10 = 4\$$$



Independență

Variabilele aleatoare x, y sunt independente dacă probabilitatea vectorului $z = (x, y)$ este $p_z(z) = p_x(x) \cdot p_y(y)$, unde p_z, p_x, p_y sunt PMFurile celor trei variabile (conceptul se extinde la oricâte variabile)

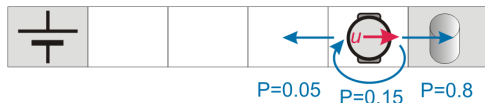
Exemple:

- Valorile unui zar aruncat la momente diferite de timp sunt independente. Printre altele, probabilitatea de a obține 6 este independentă de câte valori 6 au fost obținute la pașii anteriori
- Valorile temperaturii în două zile consecutive nu sunt independente! Sistemul este dinamic (are inerție), valorile curente depind de cele anterioare

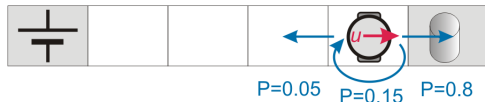


Cazul stochastic

- Starea nu mai evoluează deterministic, ci **stochastic**
- Ex. robotul menajer “alunecă” și:
 - se deplasează în direcția intenționată cu proba. 0.8
 - rămâne pe loc cu proba. 0.15
 - se deplasează în direcția opusă cu proba. 0.05



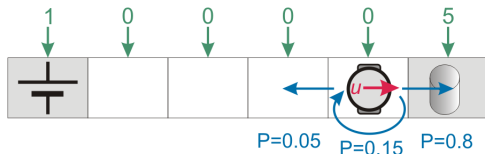
Robot menajer stohastic: Funcția de tranziție



$\tilde{f}(x, u, x')$ = **probabilitatea** de a ajunge în x'
după ce u a fost aplicată în x

$$\tilde{f}(x, u, x') = \begin{cases} 1 & \text{dacă } x \text{ terminal, } x' = x \\ 0.8 & \text{dacă } x \text{ neterminal, } x' = x + u \\ 0.15 & \text{dacă } x \text{ neterminal, } x' = x \\ 0.05 & \text{dacă } x \text{ neterminal, } x' = x - u \\ 0 & \text{altfel} \end{cases}$$

Robot menajer stochastic: Funcția de recompensă



- Tranziția nu mai este complet determinată de (x, u)
 \Rightarrow starea următoare x' trebuie inclusă explicit
- $\tilde{r}(x, u, x')$ = recompensa asociată atingerii x' ca urmare a acțiunii u în x
- Pentru robotul menajer:

$$\tilde{r}(x, u, x') = \begin{cases} 5 & \text{dacă } x \neq 5 \text{ și } x' = 5 \\ 1 & \text{dacă } x \neq 0 \text{ și } x' = 0 \\ 0 & \text{altfel} \end{cases}$$

Proces de decizie Markov: cazul stohastic

Proces de decizie Markov

- 1 Spațiul stărilor X
- 2 Spațiul acțiunilor U
- 3 Funcția de tranziție $\tilde{f}(x, u, x')$, $\tilde{f} : X \times U \times X \rightarrow [0, 1]$
- 4 Funcția de recompensă $\tilde{\rho}(x, u, x')$, $\tilde{\rho} : X \times U \times X \rightarrow \mathbb{R}$



Obiectiv în cazul stohastic

Găsește h care maximizează **returnul așteptat**:

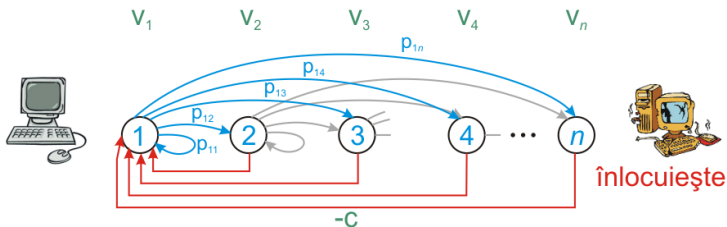
$$R^h(x_0) = E_{x_1, x_2, \dots} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k \tilde{\rho}(x_k, h(x_k), x_{k+1}) \right\}$$

din orice x_0

De notat:

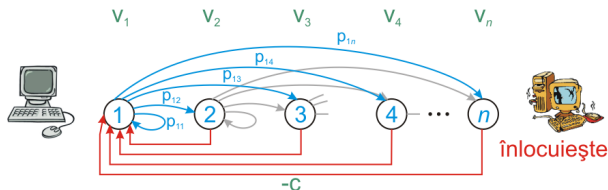
- legea de control $h(x)$ are aceeași structură
- factorul de discount γ are aceeași semnificație

Exemplu: Înlocuirea unei mașini



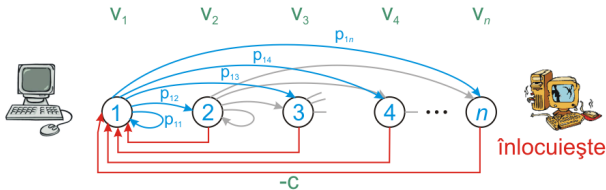
- Mașină de producție cu n stări diferite = grad de uzură
1=stare perfectă, n =complet degradată
- Produce valoarea v_i operând în starea i
- Uzură stohastică: starea i trece în $j > i$ cu proba. p_{ij} ,
rămâne în i cu $p_{ii} = 1 - p_{i,i+1} - \dots - p_{i,n}$
- Mașina poate fi oricând înlocuită (presupunem
instantaneu), plătind costul c

Exemplu: Procesul de decizie Markov



- Spațiul stărilor $X = \{1, 2, \dots, n\}$
- Spațiul acțiunilor $U = \left\{ \text{Așteaptă}, \text{Înlocuiește} \right\}$
(en. **W**ait, **R**eplace)

Exemplu: Procesul de decizie Markov (continuare)



- Funcția de tranziție:

$$\tilde{f}(x = i, u, x' = j) = \begin{cases} p_{ij} & \text{dacă } u = A \text{ și } i \leq j \\ 1 & \text{dacă } u = I \text{ și } j = 1 \\ 0 & \text{în orice altă situație} \end{cases}$$

- Funcția de recompensă:

$$\tilde{\rho}(x = i, u, x' = j) = \begin{cases} v_i & \text{dacă } u = A \\ -c + v_1 & \text{dacă } u = I \end{cases}$$

Înlocuirea unei mașini: motivare

Cadrul RL oferă o

lege de decizie optimală care

maximizează valoarea pe termen lung a mașinii

$$R^h(x_0) = \mathbb{E}_{x_1, x_2, \dots} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k \tilde{p}(x_k, h(x_k), x_{k+1}) \right\}$$



Terminologie engleză

învățarea prin recompensă	= <u>reinforcement learning, RL</u>
stare	= <u>state</u>
acțiune	= <u>action</u>
recompensă	= <u>reward</u>
funcție de tranziție	= <u>transition function</u>
funcție de recompensă	= <u>reward function</u>
proces de decizie Markov	= <u>Markov decision process</u>
lege de control	= <u>policy</u>
return	= <u>return</u>
factor de discount	= <u>discount factor</u>
variabilă aleatoare	= <u>random variable</u>
funcție de masă de probabilitate	= <u>probability mass function</u>
valoarea așteptată	= <u>expected value</u>



Bibliografie

Material obligatoriu: slide-urile pentru cursuri

Cărți opționale:

- D. Bertsekas, Dynamic Programming and Optimal Control, vol. 2, Athena Scientific, 2012.
- R. Sutton, A. Barto, Reinforcement Learning: An Introduction, ed. 2, 2018.
- D. Bertsekas, Reinforcement Learning and Optimal Control, Athena Scientific, 2024.
- L. Buşoniu, Reinforcement learning and dynamic programming for control, 2012 (lecture notes).



Logistică

Notare:

- 50% examen
- 10% teste curs
- 30% laboratoare Matlab
- 20% laboratoare deep RL in Python

Regulament laboratoare:

- lab Matlab **obligatorii pentru participarea la examen**
- soluție = raport PDF + cod: max 10p predată la timp, max 5p dacă întârzie
- soluțiile trebuie validate prin discuții la colocviu
- orice laborator copiat ⇒ recontractare



Website, contact

`http://busoniu.net/teaching/ci2024`

`Email: lucian@busoniu.net`

Info

- Material de curs (prezentări)
- Laboratoare
- Program
- etc.



Test

Test

